

RAPPORT

DYNAMISKE REGNEMODELLER
FOR STEINSKRED

av Siv.ing. Bonsak Schieldrop

58500-3

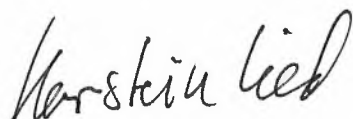
26 september 1988

INNLEDNING

NGI har en nasjonal forpliktelse til å drive forskning og rådgivningsarbeid innenfor fagfeltet skred. Aktuelle skredtyper er kvikkleireskred, andre løsmasseskred, snøskred og steinskred.

Dette forskningsprosjektet berører også hvorledes regnemodeller for steinblokkers bevegelse skal utvikles. Denne rapporten gir en fysisk modell over hvordan dette kan gjøres. Artikkelen ble holdt som foredrag under bergmekanikkdagen 1977 av forfatteren Bonsak Schieldrop.

for NORGES GEOTEKNISKE INSTITUTT



Karstein Lied



Ulrik Domaas

58500-3



INTERN RAPPORT

DYNAMISKE REGNEMODELLER
FOR STEINSKRED

av

siv.ing. Bonsak Schieldrop

UD/1n/d799/58500

DYNAMISKE REGNEMODELLER FOR STEINSKRED

Models for calculation of dynamical behaviour of rockslides

Siv.ing. Bonsak Schieldrop, Industriell hydro- og aerodynamikk

INNLEDNING

Steinblokker beveger seg ved å gli, rulle eller sprette i lange sprang. Blokkenes (vanligvis) uregulære form og det "uryddige" terreng de beveger seg i, fører erfaringsmessig ofte til meget kompliserte bevegelsesmønstre hvor de tre bevegelser inngår i varierende kombinasjoner og rekkefølger. I enkelte tilfeller kan man imidlertid observere at en av bevegelsesmåtene "rendyrkes" slik at blokkene i hovedsak bare glir, bare ruller, eller bare spretter, slik at mønsteret forenkles.

Selv slike "forenklede" bevegelser er imidlertid vanskelige å behandle teoretisk, idet bl.a. de krefter som styrer bevegelsene bare unntaksvis kan formuleres eksakt. I mange tilfeller er det til og med vanskelig bare å få fastslått kreftenes størrelsesorden.

Begynner steiner og blokker å bevege seg i sprang vesentlig lenger enn sin egen typiske dimensjon, forenkles imidlertid problemet endel. For store deler av slik bevegelse - nemlig i sprangene - vil blokkene da bare være påvirket av tyngde og luftmotstand, og må følgelig adlyde lovene for vanlig kastebevegelse. Kan dessuten luftmotstanden neglisjeres blir disse lovene som kjent enda enklere å behandle. Bare ved støtene mot bakken opptrer det krefter som ikke uten videre

UD/ln/d799/58500

kan bestemmes. Skal imidlertid kastebevegelsen opprettholdes må disse kreftene tilfredsstillende visse krav, og det er derfor mulig å gjøre relativt virkelighetsnære antagelser for kreftene slik at hele problemet kan behandles.

Dette er imidlertid av mindre interesse hvis blokker bare meget sjelden beveger seg på denne måten. I mange strøk, f.eks. i Sør-Europa, blir det nemlig hevdet at bare mindre og helt små steiner greier å opprettholde bevegelse i sprang. Og selv om slike mindre steiner ofte kan oppvise spranglengder på opptil flere hundre meter og hastigheter mellom 50 og 100 m/s, opptrer de ikke vanligvis som noen vesentlig trussel, iallfall ikke mot eiendom.

I Norge har man imidlertid direkte erfaring for at også større blokker kan bevege seg i lange sprang, og at de da kan gå både hurtigere og lengre enn blokker som ruller og/eller glir (1,2). I tillegg har de selvsagt også muligheten for å hoppe over eventuelle hindre som settes opp. Det er således åpenbart av betydning å få belyst nærmere slike blokkers bevegelse.

BLOKKER SOM SPRETTER PÅ HORIZONTALT UNDERLAG

Som første tilnærming tenker man seg blokken som et massepunkt som faller fritt ned på et horisontalt underlag fra en høyde H_0 . Det spretter deretter utover det horisontale underlaget uten tap i støtene. Luftmotstanden neglisjeres, og underlaget betraktes som plant.

Med referanse til Fig. 27.1 kan man da lett vise at massepunktets spranglengde er lik

$$L_1 = 2(v_1^2/g)\sin\alpha_1\cos\alpha_1 = (v_1^2/g)\sin 2\alpha_1 \quad (1)$$

Uten støttap må

$$v^2_1 = v^2_0 = 2gH_0 \quad (2)$$

slik at

$$L_1 = 2H_0 \sin 2\alpha_1 \quad (3)$$

Denne får sin største verdi for $\alpha_1 = 45^\circ$, dvs. $2\alpha_1 = 90^\circ$.

$$L_{1m} = 2H_0 \quad (4)$$

Resultatet brukes ofte for å demonstrere hvor langt sprettende steiner virkelig kan gå.

Uten støttap vil

$$L_1 = L_2 = L_3 = \text{osv.} = L_n \quad (5)$$

så langt horisontalplanet rekker.

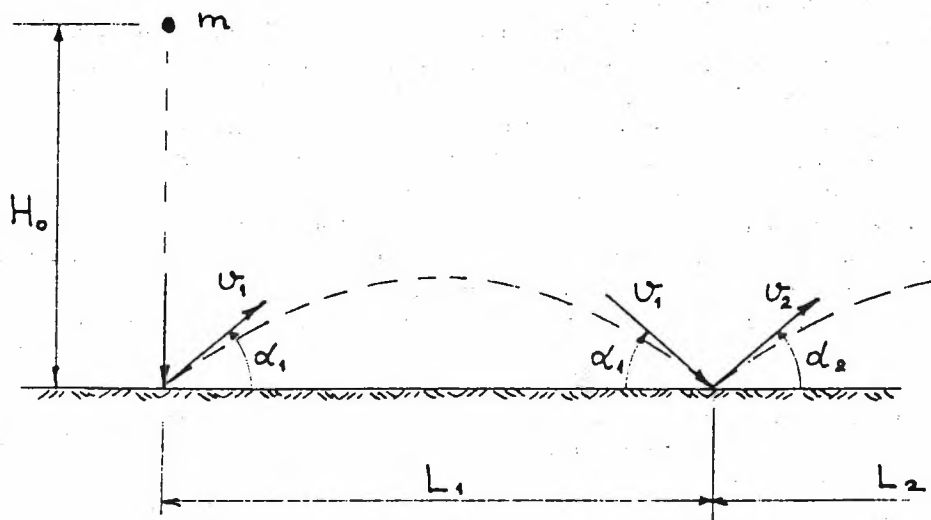


Fig. 27-1. Massepunktets lengdesprang.

UD/ln/d799/58500

Mere virkelighetsnær blir modellen om man inkluderer støttapene. Slike tap uttrykkes som kjent ved "restitusjonskoeffisienten" e , som angir hvor stor del av hastighetens normalkomponent som "restitueres". Hastighetskomponenten langs planet bevares gjennom støtet for et massepunkt. Man kan lett vise at man i dette tilfellet har

$$\begin{aligned}
 L_2 &= eL_1 \\
 L_3 &= eL_2 = e^2L_1 \\
 &\text{osv.} \\
 L_n &= e^{n-1}L_1
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Rekkevidden for n støt blir følgelig lik

$$\sum_1^n L_i = L_1(1 + e + e^2 + \dots + e^{n-1})
 \tag{7}$$

som etter vanlige regler for summasjon av geometriske rekker er lik

$$\sum_1^n L_i = L_1(1 - e^n)/(1 - e)
 \tag{8}$$

Da er nødvendigvis alltid e mindre enn 1, konvergerer summen mot verdien

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_1^n L_i = L_1/(1 - e)
 \tag{9}$$

Under laboratorieforhold [3] har man funnet at

$$e \approx (0,6)^{\frac{1}{2}} = 0,7746 \quad (10)$$

Med denne verdien, som i praksis i hverfall ikke vil overskrides, går (9) mot

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_1^n L_i) = 4,44 \cdot L_1 \quad (11)$$

Antas tap også i det første støtet mot bakken, kan man regne ut at

$$L_1 = 1,293 \cdot H_0 \cdot \sin 2\alpha_1$$

eller maksimalt

$$L_{1m} = 1,293 \cdot H_0 \quad (12)$$

når $\alpha_1 = 45^\circ$.

Ved et fall på f.eks. $H_0 = 100$ m og det ovennevnte støttap gitt ved $e = 0,7746$, skulle man derfor ifølge dette trygt kunne oppholde seg i en avstand lik

$$\lim (SL_n)_{n \rightarrow \infty} = 574 \text{ m} \quad (13)$$

=====

fra nedfallsstedet.

En virkelig blokk avviker fra massepunktet i modellen ved at den nesten alltid omsetter endel av sin kinetiske energi i rotasjon i støtene mot bakken. Den vil dessuten alltid være utsatt for luftmotstand. Begge effekter vil imidlertid bare redusere de spranglengder modellen gir, og luftmotstanden viser seg å være for liten

til at bevegelsens karakter blir endret. Samlet vil de to effektene sannsynligvis redusere den enkelte spranglengde med størrelsesorden 10% eller mindre.

En innvending som kunne reises mot modellen er at forutsetningen om et horisontalt underlag medfører en bestemt refleksjonsvinkel. Med støttap som ovenfor finner man at

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \alpha_2 &= e \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \\
 \operatorname{tg} \alpha_3 &= e \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 = e^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \\
 &\text{osv.} \\
 \operatorname{tg} \alpha_n &= e^{n-1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Da man samtidig vet at den enkelte kastelengde, f.eks. nr. i er gitt ved

$$L_i = (v_i^2/g) \sin 2 \alpha_i \tag{15}$$

vil det åpenbart være avgjørende for denne hvilken verdi α_1 har.

Det viser seg imidlertid at så lenge underlaget er horisontalt i gjennomsnitt vil den maksimale rekkevidde alltid være gitt ved uttrykket (9). Dette skyldes at selv om kastelengden L_i reduseres med vinkelen α_i så vil støttapet reduseres tilsvarende, og hastigheten v_i vil følgelig øke. For et hellende terreng er imidlertid dette ikke lenger tilfelle.

BLOKK SOM SPRETTER NEDOVER ET SKRÅPLAN

Av større praktisk interesse er det å få undersøkt hvordan blokker spretter i et fallende terreng. For dette formål bibeholdes massepunktet uten rotasjon og luftmotstand som modell for blokkene, og det horisontale underlaget erstattes med et skråplan med hellingsvinkel β (Fig. 27.2).

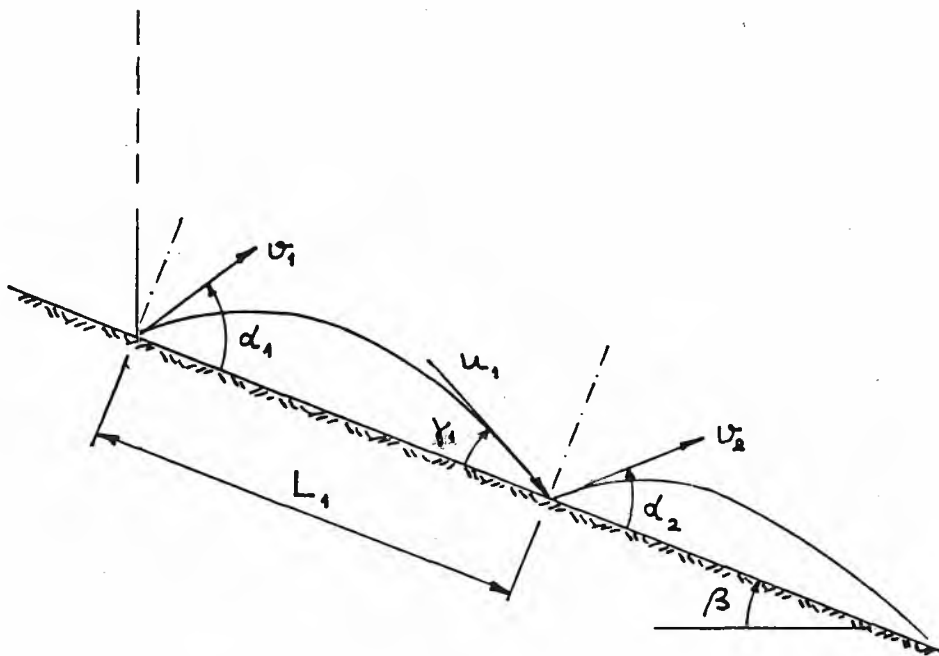


Fig. 27-2. Massepunktets lengdesprang i fallende terreng.

Antar man at støttapene fortsatt er gitt ved restitusjonskoeffisienten e , kan man da vise at refleksjonsvinkelen α etter $n + 1$ støt mot skråplanet er gitt ved

$$\operatorname{tg} \alpha_{n+1} = (e^n \operatorname{tg} \alpha_1) / (1 + 2 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha_1 (1 + e + \dots + e^{n-1})) \quad (14)$$

eller ved å summere rekken

$$\operatorname{tg} \alpha_{n+1} = (e^n \operatorname{tg} \alpha_1) / (1 + 2 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha_1 (1 - e^n / (1 - e))) \quad (15)$$

hvor α_1 er refleksjonsvinkelen etter første støt mot bakken. Da $e < 1$ avtar åpenbart vinkelen α_1 hurtig. Eksempelvis vil $\alpha_1 = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $n = 10$ og $e = (0,6)^{1/2}$ gi $\alpha_{11} = 0,84^\circ$!

Tyngden har nå en komponent også langs underlaget, og hastighetskomponenten parallellt dette vil altså ikke lenger være konstant men øke på nedover. Spranglengden blir nå gitt av uttrykket

$$L_j = (v_j^2 / g \cos \beta) (\sin 2\alpha_j + 2 \operatorname{tg} \beta \sin^2 \alpha_j) \quad (16)$$

og hastighetene av

$$v_j^2 = v_{j-1}^2 (e^2 \sin^2 \alpha_{j-1} + \cos^2 \alpha_{j-1}) + 2gL_{j-1} \sin \beta \quad (17)$$

Som man kan tenke seg vil en summeformel for spranglengden tilsvarende formen (8) ikke lenger være så lett å utlede. De lar seg imidlertid lett beregne numerisk.

Betrakter man f.eks. et massepunkt som faller fra en høyde $H_0 = 15$ m fritt ned på skråplanet $\beta = 30^\circ$ med støttap gitt ved $e = (0,6)^{\frac{1}{2}}$, finner man at:

L_1	=	41,24 m	H_1	=	7,79 m
L_2	=	56,69 m	H_2	=	4,68 m
L_3	=	58,75 m	H_3	=	2,81 m
L_4	=	54,42 m	H_4	=	1,68 m
L_5	=	47,50 m	H_5	=	1,01 m
L_6	=	40,00 m	H_6	=	0,61 m
L_7	=	32,91 m	H_7	=	0,36 m
L_8	=	26,64 m	H_8	=	0,22 m
L_9	=	21,33 m	H_9	=	0,13 m
L_{10}	=	16,94 m	H_{10}	=	0,08 m
SL_{10}	=	396,42 m			

Man ser at selv om lengdene øker til å begynne med, er den valgte e -verdien, som i praksis vil være lavere, liten nok til å kutte ned på spranglengdene.

Det som imidlertid er mere vesentlig er at høydene H_i som er målt normalt skråplanet, faller så raskt av. I det 10. spranget er den allerede kommet ned i 8 cm!. I praksis ville blokken derfor forlenget ha sluttet å sprette, og enten ha stanset helt opp eller gått over til å rulle. I denne modellen ville massepunktet nemlig ved det 11. støtet ha en hastighet langs skråplanet på hele 62,95 m/s!

REFLEKSJONSVINKEL FOR MAKSIMAL KASTEVIDDE

Ved å anta et plant underlag, horisontalt eller skrått, antar man implisitt et bestemt sett av refleksjonsvinkler idet hastighetens kom-

ponent langs planet går uforandret gjennom støtene mens koeffisientene e bare virker på normalkomponenten. For horisontalt underlag er det tidligere nevnt at dette ikke hadde betydning for den maksimale kastevidden så lenge $e < 1$. For $e = 1$, altså uten tap i støtene, ble det derimot vist at kastevidden ble størst når $\alpha = 45^\circ$.

For bevegelse langs skråplan vil det imidlertid være avgjørende for spranglengdene hvilken refleksjonsvinkel "blokken" får i det enkelte støt også når $e < 1$. Man kan vise at man ved slik bevegelse får den største kastevidden når refleksjonsvinkelen er gitt ved uttrykket

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta + \sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + 1} \quad (18)$$

Antar med derfor at "blokken" alltid får nettopp denne refleksjonsvinkelen i støtene, man kan gi utsagn om at ingen virkelig blokk kan gå lenger enn "blokken" i modellen. Da vi dessuten vet at både rotasjon og luftmotstand vil redusere kastelengdene ytterligere kan vi slutte at ingen virkelig blokk heller vil gå like langt.

Antakelsen forenkler også beregningen. I uttrykket for spranglengdene (16) vil nemlig da vinkelen α ha samme verdi i alle sprangene. Den siste parentes i (16) har derfor en konstant verdi gitt ved skråplanets helling β . Uttrykket for hastigheten (17) blir tilsvarende forenklet.

Benyttes antagelsen om maksimal kastevidde i det enkelte sprang i henhold til (18) på eksemplet som ble regnet foran, får man sammenlikning at:

L_1	=	36,00 m	H_1	=	7,79 m
L_2	=	64,80 m	H_2	=	14,03 m
L_3	=	116,64 m	H_3	=	25,25 m
L_4	=	209,95 m	H_4	=	45,46 m

L_5	=	377,91 m	H_5	=	81,82 m
L_6	=	680,24 m	H_6	=	147,28 m
L_7	=	1.224,44 m	H_7	=	265,10 m
L_8	=	2.203,99 m	H_8	=	477,18 m
L_9	=	3.967,19 m	H_9	=	858,92 m
L_{10}	=	7.140,93 m	H_{10}	=	1.546,05 m
SL_{10}	=	16.022,10 m			

Som man ser er det betydelig forskjell både i lengder og høyder. Allerede etter fire sprang ville denne "blokken" ha gått forbi den som benyttet normal refleksjon. Den siste beregningen ovenfor viser også hvilke spranglengder som kan oppvises. Imidlertid må man ta hensyn til at hastigheten på slutten av sprang nr. 10 er kommet opp i størrelsesorden 350 m/s. Luftmotstanden vil følgelig ha begynt å gjøre seg gjeldende, og en virkelig blokk, om den kunne komme opp i så store hastigheter, ville ikke lenger bevege seg i parabler som det er antatt her. En helt annen ting er om skråplanet er så langt!

Resultatene ovenfor er selvsagt helt urealistisk av en annen grunn enn luftmotstanden også. I modellen er det benyttet en verdi for koefisienten e som er oppnådd ved forsøk i et laboratorium hvor man har sluppet spesielt utvalgte steiner ned på flate, større steinblokker av samme materiale. I praksis vil blokkene imidlertid møte et høyst varierende underlag med vesentlig lavere verdier for e enn $(0,6)^{\frac{1}{2}}$.

Ved å sammenlikne resultater modellen med maksimal kastevidde gir, med opptegnelser etter tidligere steinsprang ser det ut til at en verdi for e på 0,5 til 0,6 er rimeligere. For de samme begynnelsesverdier som ovenfor, men med $e = 0,6$ (istedenfor 0.7746) blir

$$SL_{10} = 312,91 \text{ m}$$

med en hastighet i nedslaget på ca. 25 m/s. Som man ser er verdien av e sterkt utslagsgivende.

TILPASSING TIL DET VIRKELIGE TERRENG

Metoden med maksimal kastevidde innebærer den store fordel at man bare behøver å kjenne terrenget i hovedtrekk, idet modellen alltid vil velge vinkelen α_{maks} gitt av den gjennomsnittlige helling β . Dette uansett hvordan de lokale formasjoner i det virkelige terrenget er i støtområdet. Et terrengprofil fra et kart kan derfor brukes som grunnlag. Man kan da enten tilnærme profilet med rette linjer, skråplan, eller man kan benytte profilet slik det er i en iterativ prosess i en regnemaskin. Modellen er benyttet på begge måter ved endel undersøkelser foretatt for Norges Geotekniske Institutt.

Steinskred i Tveitolia, Rjukan, 30/9-74, NGI 74623

Steinsprang ved Mannsåker, Odda, 11/6-77, NGI 54700

Fumagalli, E: Verifica su modello di operer etc., Interpretævent 1975.

Int.Symp.Shutz Alpiner Lebensraum. Innsbruck. Band I.

REFERANSESIDE / Documentation page

RAPPORTNUMMER / Report Number 58500-3	<input checked="" type="checkbox"/> RAPPORT Report <input type="checkbox"/> INTERN RAPPORT Internal Report
RAPPORTTITTEL / Report title DYNAMISKE REGNEMODELLER FOR STEINSKRED OPPDRAKSGIVER / Client NGI PROSJEKTLEDER / Project Manager Karstein Lied UTARBEIDET AV / Prepared by Bonsak Schieldrop	DISTRIBUSJON (Distribution) <input type="checkbox"/> FRI Unlimited <input checked="" type="checkbox"/> BEGRENSET Limited <input type="checkbox"/> INGEN None DATO / Date 26.09.88 REVISJON / Revision SIDER / Pages
EMNEORD / Keywords REGNEMODELLER STEINSKRED	
GEOGRAFISKE OPPLYSNINGER / Geographical information	
LANDOMRÅDER (Onshore) LAND, FYLKE / Country, County KOMMUNE / Municipality STED / Location KARTBLAD / Map UTM-KOORDINATER / UTM-coordinates	HAVOMRÅDER (Offshore) HAVOMRÅDE / Offshore area FELTNAV N / Field name STED / Location FELT, BLOKKNR. / Field, Block No.