INTERN RAPPORT

MANGEKANTERS BEVEGELSE PÅ SKRÅPLAN

av Siv.ing. Bonsak Schieldrop

58500-4 22 SEPTEMBER 1988

Norges Geotekniske Institutt

Norwegian Geotechnical Institute

NGI

INTERN RAPPORT

MANGEKANTERS BEVEGELSE
PÅ SKRÅPLAN

av Siv.ing. Bonsak Schieldrop

58500-4 22 september 1988

Innledning.

NGI har en nasjonal forpliktelse til å drive forskning og rådgivningsarbeid innenfor fagfeltet skred. Aktuelle skredtyper er kvikkleireskred, andre løsmasseskred, snøskred og steinskred.

Dette forskningsprosjektet berører steinskredblokkers bevegelse i en fjellside. Konkret er det foretatt matematiske beregninger av hvordan skredblokker med ulik form og størrelse vil rulle og stanse opp i terreng med varierende helning.

Denne rapporten er et viktig bidrag til forståelsen av dynamiske forhold i steinskred og resultatene vil bli benyttet spesielt i forbindelse med vurdering av skredfare for bebygde eller planlagt bebygde områder.

Rapportens resultater har en klar samfunnsmessig bruksverdi samtidig som den er et ledd i den pågående forskningen innenfor dette fagfeltet.

Rapporten er den fjerde i serien angående steinskreddynamikk, og er som de øvrige forfattet av Bonsak Schieldrop, Industriell Hydro- og Aerodynamikk. De faglige problemstillingene er utarbeidet i samråd med skredseksjonen ved NGI.

Forskningsarbeidet har mottatt støtte fra Statens naturskadefond som vi erkjenner med stor takk.

NORGES GEOTEKNISKE INSTITUTT

Karstein Lied
Karstein Lied

Ulrik Domaas
Ulrik Domaas

UD/GKa/d813/58500-4.1

Postal Address: P.O.B. 40 Tåsen, N-0801 Oslo 8, Norway
Street Address: Sognsveien 72, Oslo
Telephone: National (02) 23 03 88, International + 47 2 23 03 88
Telex: 19 787 ngi n
Facsimile: National (02) 23 04 48, International + 47 2 23 04 48
Postal Giro Account No. 5 16 06 43
Bankers: Bergen Bank *Account No.:* 5096.05.01281

Mangekanters bevegelse på skråplan

av

Bonsak Schieldrop

Innledning

Naturlige steinblokker forekommer i alle former og størrelser. I de fleste tilfeller vil de være formet som irregulære mangekanter og avvike betydelig fra geometriens regulære former. Ofte er det allikevel mulig enten å tilnærme en virkelig blokk til en av de regulære formene, eller betrakte den som sammensatt av deler av slike.

Det er derfor ikke urimelig å forvente at et studium av hvordan regulært geometrisk formete legemer vil bevege seg på skråplan også vil kunne kaste lys på hvordan de mere irregulære former vil bevege seg.

Som det vil fremgå kan et slikt studium også gi opplysninger om betingelsene for at blokker som opprinnelig glir kan gå over i en form for "rullende" bevegelse. Med rullende bevegelse tenker en da her på hvordan f.eks. en kasse kan tippe kant over kant nedover ett hellende terreng.

Basert på mekanikkens lover for elementære støtforløp blir det i det følgende vist hvordan en rektangulært formet blokk samt en regulær n-kantet blokk vil bevege seg og hvilke betingelser som må oppfylles for at bevegelsen i det hele tatt skal være mulig.

Det vil fremgå at regulære n-kanter kan bevege seg med en bestemt hastighet avhengig av radius i den omskrivende sirkel samt terrengets helningsvinkel. Denne bevegelsen er i gjennomsnitt ikke akselerert og gjentar seg selv med en konstant frekvens. Av denne grunn er denne spesielle bevegelsen betegnet som en "likevekts"-bevegelse.

Som startbetingelse er antatt at blokken kommer glidende ned mot et knekk i terrenget hvor den eventuelt kan tippe opp om ledende sidekant. Resultatene gjelder også for det tilfellet at terrenget har konstant helning men ledende sidekant hektes opp av en forhindring.

BSch/GKa/d828/88/B

036.04.87.25000.BRA.432

Den elementære støtteorien forutsetter at støtprosessen foregår på stedet, m.a.o. at tiden støtet foregår i og bevegelsen omlegges i betraktes som meget (uendelig) liten. Blokkene betraktes også som stive i den forstand at eventuelle deformasjoner støtene forårsaker ikke betraktes som målbare.

Antagelsen om en uendelig kort støtperiode har som konsekvens at de støtkrefter som oppstår er meget (uendelig) store. Virkningen av vanlige krefter (tyngde, friksjon, etc.) under støtet kan derfor uten videre neglisjeres.

De lover fra mekanikken som kommer til anvendelse er

i) impulsloven,

ii) impulsmoment-loven (spinn-satsen) og

iii) energi-ligningen.

Her er

$$\text{i)} \quad \sum_i \int_{\Delta t} \vec{F}_i^y \cdot dt = M(\vec{v}_{t+\Delta t} - \vec{v}_t) \qquad (1)$$

$$\text{ii)} \quad \sum_i \int_{\Delta t} (\vec{r} \times \vec{F}_i^y)\, dt = \vec{S}_{t+\Delta t} - \vec{S}_t$$

$$= \{ I_T \vec{\omega}_{t+\Delta t} + M\vec{r}_T \times \vec{v}_{t+\Delta t} \}$$

$$- \{ I_T \vec{\omega}_t + M\vec{r}_T \times \vec{v}_t \} \qquad (2)$$

$$\text{iii)} \quad A = \Delta(T + V) \qquad (3)$$

Her er $\vec{F}_i^y$ = ytre støtkraft nr. i, M= blokkens masse, Δt = støttiden, $\vec{r}_i$ = radius vekter fra momentpunkt til $\vec{F}_i^y$'s angrepspunkt, I_T = blokkens massetreghetsmoment om en akse gjennom tyngdepunktet (T), $\vec{r}_T$ = radius vekter fra momentpunkt til tyngdepunktet og $\vec{\omega}$ er blokkens instante vinkelhastighet. I iii) er A arbeide som utføres mens Δ (T+V) er den derav følgende endring av kinetisk og potensiell energi. Spesielt er

$$T = \frac{1}{2} M \vec{v}_T^{\,2} + \frac{1}{2} I_T \vec{\omega}^{\,2}$$

Mangekantenes bevegelse betraktes hele tiden som to-dimensjonal, dvs. å foregå i papirets plan. Blokkene regnes også som homogene slik at massefellespunkt og geometrisk fellespunkt faller sammen.

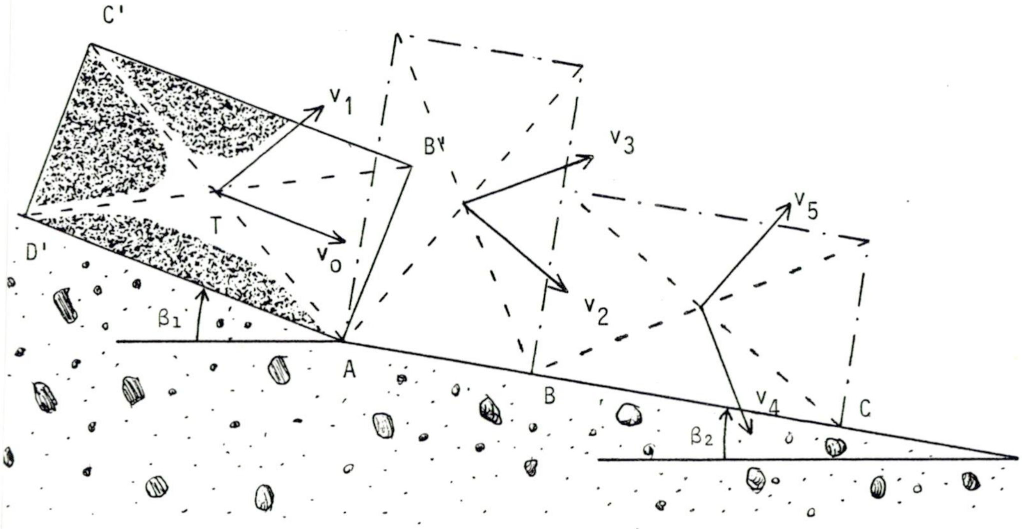
En konsekvens av spinnsatsen (2) er at om alle støtkreftene går gjennom samme punkt vil deres momenter om dette punktet være lik null.
Følgelig må

$$\vec{S}_{t+\Delta t} = \vec{S}_t$$

ie. spinnet bevares under støtet.

I det følgende betraktes alle støt som å være lokalisert til de sidekanter som støter mot underlaget, og spinnets bevarelse gjennom støtet om disse sidekantene blir følgelig utnyttet.

Rektangulær blokk på skråplan med knekk.



En rektangulært formet blokk antas å gli nedover skråplanet $\angle\beta_1$. Idet blokkens ledende sidekant treffer knekkpunktet A ved overgangen til $\angle\beta_2$ antas blokken å ha oppnådd hastigheten v_o.
Den videre bevegelse antas å foregå som en ren rotasjon om A inntil sidekanten B' treffer B på β_2. B overtar deretter som rotasjonspunkt inntil C' treffer i C osv. Det antas også at alle støtkrefter i prosessen angriper i punktene hhv. A,B,C, osv. alene og altså ikke fordeler seg langs blokkens sideflater.
Det skal undersøkes under hvilke betingelser denne bevegelsen er mulig.

I det følgende er M blokkens samlede masse, I_T dens massetreghetsmoment om en akse gjennom tyngdepunktet T og dens dimensjoner A'B' = h, B'C' = l og diagonalen B'D' = d. Det kan da lett vises at

$$I_T = \frac{1}{12} M d^2$$

som tidligere nevnt bevares under de gitte betingelsene spinnet under støtene om hhv. A,B,C osv. Vi kan derfor sette opp følgende:

Støt i A:

Spinn om A umiddelbart før støtet

$$S_{fA} = I_T \omega_f + M\left(\tfrac{1}{2}h\right)v_0$$

$$S_{fA} = \tfrac{1}{2} M h v_0 \qquad \text{da } \omega_f = 0 \qquad (1)$$

Spinn om A umiddelbart etter støtet

$$S_{eA} = I_T \omega_e + M\left(\tfrac{1}{2}d\right)v_1$$

$$S_{eA} = \tfrac{1}{12} M d^2 \left(\tfrac{2v_1}{d}\right) + \tfrac{1}{2} M d v_1 \quad \text{, da } \omega_e = \tfrac{2v_1}{d}$$

$$S_{eA} = \tfrac{2}{3} M d v_1 \qquad (2)$$

Spinnets bevarelse forlanger derfor at

$$v_1 = \frac{3}{4}\left(\frac{h}{d}\right) v_0 \qquad (3)$$

For at den videre bevegelse skal være mulig må v_1 minst være så stor at tyngdepunktet kan heves høyden

$$H_1 = \frac{1}{2} d\left(1 - \sin\left(\beta_1 - \gamma\right)\right), \text{hvor } \tan\gamma = \frac{h}{l}$$

Energibalansen krever da at blokkens kinetiske energi umiddelbart etter støtet minst må være lik den potensielle energien H_1 forlanger.

Altså må:

$$\frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} I_T \omega_1^2 \geq M g H_1, \text{hvor } \omega_1 = \frac{2 v_1}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} M v_1^2 \left\{1 + \frac{1}{12}\cdot 4\right\} \geq M g H_1$$

$$\Rightarrow v_1^2 \geq \frac{3}{4} g d \left(1 - \sin\left(\beta_1 + \gamma\right)\right)$$

$$\Rightarrow v_1 \geq 2{,}712 \sqrt{d\left(1 - \sin\left(\beta_1 + \gamma\right)\right)} \qquad (4)$$

Men da v_1 er gitt ved v_0 vil dette si at

$$v_0 \geq 3{,}617 \left(\frac{d}{h}\right) \sqrt{d\left(1 - \sin\left(\beta_1 + \gamma\right)\right)} \qquad (5)$$

for at bevegelsen skal kunne fortsette.

Antas (5) å være oppfyllt, gir energisatsen for bevegelsen fram til nedslaget i B at

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}I_T\left(\frac{2v_1}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}I_T\left(\frac{2v_2}{d}\right)^2 + Mg\left\{\frac{1}{2}d\cos(\beta_2+\gamma) - \frac{1}{2}d\sin(\beta_1+\gamma)\right\} \qquad (6)$$

Utregnet gir dette at

$$v_2^2 = v_1^2 - \frac{3}{4}gd\left\{\cos(\beta_2+\gamma) - \sin(\beta_1+\gamma)\right\} \qquad (7)$$

Det er da antatt at energitap ikke forekommer under rotasjon om A inntil nedslaget i B.

NGI

Støt i B:

Tilsvarende beregning som for støtet i A gir her at

$$v_3 = \frac{1}{4} v_2 \left\{ 1 + 3 \cos 2\gamma \right\} \tag{8}$$

For at den videre bevegelsen skal være mulig må tyngdepunktet denne gang heves høyden

$$H_3 = \frac{1}{2} d \left\{ 1 - \cos(\beta_2 - \gamma) \right\}$$

hvilket gir en minsteverdi for v_3 lik

$$v_3 \geq 2{,}712 \sqrt{d(1 - \cos(\beta_2 - \gamma))} \tag{9}$$

Forutsettes (9) å være oppfyllt blir nedslagshastighet v_4 lik:

$$v_4^2 = v_3^2 + \frac{3}{4} g d \left\{ \cos(\beta_2 - \gamma) + \sin(\beta_2 - \gamma) \right\} \tag{10}$$

NGI

Støt i C:

Støtet i C vil på tilsvarende måte gi at

$$v_5 = \frac{1}{4} v_4 \{1 - 3\cos 2\gamma\} \tag{11}$$

Det fremgår av (11) at blokken blir liggende i ro etter støtet i C om

$$\cos 2\gamma \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \gamma \leq 35{,}264^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \tan\gamma \leq 0{,}707$$

$$\Rightarrow \quad h \leq 0{,}707\, l$$

Som tidligere må v_5 ha en minsteverdi for at tyngdepunktet skal bringes "over toppen", nemlig

$$v_5 \geq 2.712\sqrt{d\,(1 - \sin(\beta_2 + \gamma))} \tag{12}$$

Kontinuerlig rulling.

De regneresultater som er oppnådd ovenfor er tilstrekkelige til å sette opp kriterier for at bevegelsen skal fortsette nedover.
Med analog nummerering av hastighetene kan vi sette som betingelse for videre kontinuerlig "rulling" at $v_7 \geqslant v_3$.

For nedslagshastigheten v_6 finner vi, forutsatt at (12) er oppfyllt, at

$$v_6^2 = v_5^2 + \frac{3}{4} gd \{\sin(\gamma+\beta_2) - \cos(\gamma-\beta_2)\} \qquad (13)$$

Da situasjonen ved støtet i B er identisk med støtet i D, kan vi endre betingelsen for kontinuerlig rulling fra $v_7 \geqslant v_3$ til $v_6 \geqslant v_2$.

Ved bruk av hhv. (11), (10) og (8) kan (13) skrives som

$$v_6^2 \geq \frac{1}{16}\left[\frac{1}{16} v_2^2 \{1+3\cos 2\gamma\}^2 + \frac{3}{4} gd \{\cos(\beta_2-\gamma) + \sin(\beta_2-\gamma)\}\right]\{1-3\cos 2\gamma\}^2 + \frac{3}{4} gd \{\sin(\beta_2+\gamma) - \cos(\beta_2-\gamma)\} \qquad (14)$$

Grenseverdien for kontinuerlig rulling er her $v_6 = v_2$. Innsettes dette i (14) og ligningen ordnes, får man betingelsen for v_2:

$$v_2^2 = \frac{3}{4} gd \frac{\frac{1}{16}\{1-3\cos 2\gamma\}^2 \{\cos(\beta_2-\gamma) + \sin(\beta_2-\gamma)\} + \{\sin(\beta_2+\gamma) - \cos(\beta_2-\gamma)\}}{\left[1 - \left(\frac{1}{16}\right)^2 \{1+3\cos 2\gamma\}^2 \{1-3\cos 2\gamma\}^2\right]} \qquad (15)$$

En kombinasjon av (3) og (7) gir at

$$v_2^2 = \frac{9}{16}\left(\frac{h}{d}\right)^2 v_0^2 - \frac{3}{4} g d \left\{\cos(\beta_2+\gamma) - \sin(\beta_1+\gamma)\right\} \qquad (16)$$

slik at (15) og (16) gir beskjed om hvor stor v_0 må være for at kontinuerlig "rulling" i den videre bevegelse kan foregå.

<u>Eks. 1.</u> $\beta_2 = 30°,\ h = 0{,}65\,m,\ l = 0{,}76\,m \Rightarrow d = 1{,}0\,m \Rightarrow \gamma = 40{,}54°$

$$\frac{1}{16}\left\{1 - 3\cos 2\gamma\right\}^2 \left\{\cos(\beta_2-\gamma) + \sin(\beta_2-\gamma)\right\} = 0{,}0143$$

$$\left\{\sin(\beta_2+\gamma) - \cos(\beta_2-\gamma)\right\} = -0{,}0403$$

$$-0{,}0260 < 0$$

Da telleren i (15) er negativ må også nevneren i (15) være det om ikke $v_2^2 < 0$.

$$\left(\frac{1}{16}\right)^2 \left\{1 + 3\cos 2\gamma\right\}^2 \left\{1 - 3\cos 2\gamma\right\}^2 = 0{,}0024 < 1$$

og følgelig er telleren positiv.

$$\Rightarrow v_2^2 < 0$$

Dvs. at kontinuerlig bevegelse under de gitte betingelser ikke er mulig!

Eks. 2 $h = l = 0{,}707\,m \Rightarrow d = 1{,}0\,m \Rightarrow \gamma = 45^0$

Ligning (15) forenkles i dette tilfellet til

$$v_2^2 = \frac{3}{4} gd \frac{(\frac{1}{16}) \cdot 1 \cdot \{\cos(-15^0) + \sin(-15^0)\} + \{\sin(75^0) - \cos(-15^0)\}}{[1 - (\frac{1}{16})^2 \cdot 1 \cdot 1]}$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 0{,}3264\,d$$

$$\Rightarrow v_2 = 0{,}5713\ m/s$$

Ifølge dette kriteriet er følgelig kontinuerlig bevegelse mulig.
Imidlertid gir (8) at v_3 da må være lik

$$v_3 = \frac{1}{4} v_2 \{1 + 3\cos 2\gamma\} = 0{,}1428\ m/s$$

mens (9) forlanger at v_3 minst må være lik

$$(v_3)_{min} = 2{,}712\sqrt{d(1 - \cos(\beta_2 - \gamma))} = 0{,}5\ m/s$$

For at kontinuerlig bevegelse skal være mulig må derfor v_2 ifølge (8) minst være lik

$$(v_2)_{min} = 2,0 \ m/s$$

Ved innsetting i (14) gir denne verdien at

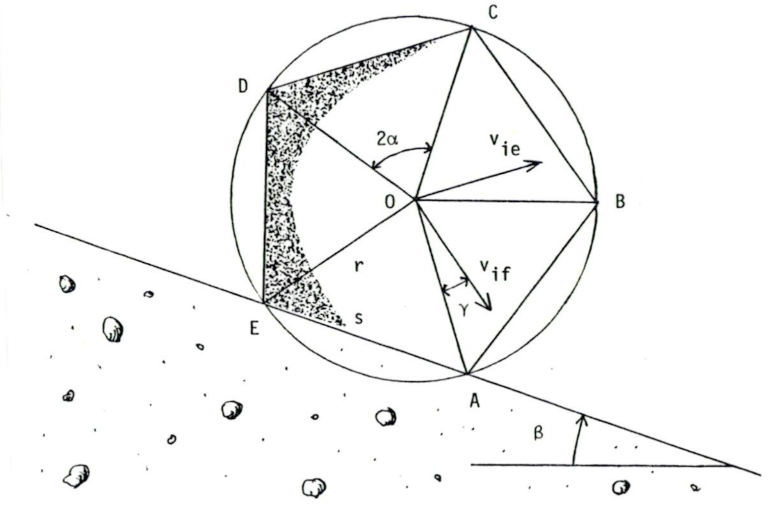
$$v_6 = 0,5837 \ m/s < v_2$$

Bevegelsen vil derfor dø ut under de gitte betingelser.

Normal- og tangentialkrefter mellom blokken og underlaget for den roterende bevegelsen mellom støtene må også beregnes for de enkelte tilfeller. Dette vil bli belyst i et senere skrift. Beregningene viser imidlertid at 4-kant blokker kan miste kontakten med bakken og dessuten for vanlige verdier av friksjonskoeffisienten få for liten tangentsialkraft til at den bevegelsesform som er antatt her hele tiden kan opprettholdes ie. ren rotasjon mellom støtene. Avvikene er imidlertid små og kontaktpunktet med underlaget vil derfor bare i liten grad forskyves langs underlaget under bevegelsen.

036.04.87.25000.BRA.432

Regulære mangekanter på skråplan



n = antall sidekanter

$\alpha = \frac{180}{n}$

$S = 2r\sin\alpha$

i = støt-nr. = 1,2,3, osv.

Mangekanten forutsettes å dreie seg om sidekantene A,B,...,E slik at de faller flatt ned på sideflatene slik skissen antyder hver gang.

Spinn om A: -

Umiddelbart før støtet

$$S_{fA} = I_0 \frac{v_{if}}{r} + m v_{if} r (\sin \gamma)$$

$$= I_0 \frac{v_{if}}{r} + m v_{if} r \sin(90-2\alpha)$$

$$S_{fA} = I_0 \frac{v_{if}}{r} + m v_{if} r \cos 2\alpha \qquad (17)$$

Her er

$$I_0 = \frac{1}{6} m \left\{ \frac{1}{4} s^2 + 3h^2 \right\} = \frac{1}{6} mr^2 \left\{ \sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha \right\}$$

$$I_0 = \frac{1}{6} mr^2 \left\{ 3 - 2\sin^2\alpha \right\}$$

$$\Rightarrow S_{fA} = mr v_{if} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2\alpha + \cos 2\alpha \right\}$$

eller

$$S_{fA} = \frac{1}{6} mr v_{if} \left\{ 9 - 14\sin^2\alpha \right\} = \frac{m r v_{if}}{6} \left\{ 2 + 7\cos 2\alpha \right\}$$

Umiddelbart etter støtet: -

$$S_{eA} = I_0 \frac{v_{ie}}{r} + m v_{ie} r$$

$$S_{eA} = m r v_{ie} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2\alpha + 1 \right\} = \frac{m r v_{ie}}{6} \left\{ 9 - 2\sin^2\alpha \right\} \quad (18)$$

Spinnet bevares om A under støtet:

$$\Rightarrow S_{fA} = S_{eA}$$

$$\Rightarrow v_{ie} = v_{if} \frac{\{9 - 14\sin^2\alpha\}}{\{9 - 2\sin^2\alpha\}} = v_{if} \frac{\{2 + 7\cos 2\alpha\}}{\{8 + \cos 2\alpha\}} \quad (19)$$

$$v_{ie} = 0 \quad \text{når} \quad \cos 2\alpha_0 = -\frac{2}{7} \Rightarrow \alpha_0 = 53{,}3^\circ$$

Dvs. for en 3,38 - kant !

NB! $n = 3 \Rightarrow \alpha = \underline{60^\circ > 53{,}3^\circ}$

For at bevegelsen skal kunne fortsette må hastigheten v_{ie} være tilstrekkelig stor til at tyngdepunktet kan heves

$$h = r\{1 - \sin(90 - \alpha + \beta)\}$$

036.04.87.25000.BRA 432

eller

$$h = r\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}$$

Denne høyden er null for

$$\cos(\alpha - \beta) = 1$$

eller

$$\alpha = \beta \qquad \text{, neglisjerer } \alpha - \beta = 360°$$

dvs. at $\beta \leq \frac{180°}{n}$

for at tyngdepunktet ikke synker med en gang dreiningen om A begynner.

Kinetisk energi umiddelbart etter støtet i A:-

$$K.E. = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{v_{ie}}{r}\right)^2 + \frac{1}{2} m v_{ie}^2$$

$$K.E. = \frac{1}{2} m v_{ie}^2 \left\{\frac{1}{6}[3 - 2\sin^2\alpha] + 1\right\}$$

$$K.E. = \frac{1}{12} m v_{ie}^2 \{8 + \cos 2\alpha\}$$

For at tyngdepunktet skal komme over "toppen må

$$mgh \leq \frac{1}{2} m v_{ie}^2 \{8 + \cos 2\alpha\}$$

eller

$$v_{ie}^2 \geq \frac{12gh}{\{8 + \cos 2\alpha\}}$$

dvs.

$$v_{ie}^2 \geq \frac{12gr\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}}{\{8 + \cos 2\alpha\}} \qquad (20)$$

Innsettes for $v_{ie} = f(v_{if})$ får vi at

$$v_{if}^2 \geq 12gr \frac{\{8 + \cos 2\alpha\}^2}{\{2 + 7\cos 2\alpha\}^2} \cdot \frac{\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}}{\{8 + \cos 2\alpha\}}$$

$$v_{if} \geq \sqrt{12gr} \sqrt{\frac{[8 + \cos 2\alpha][1 - \cos(\alpha - \beta)]}{[2 + 7\cos 2\alpha]^2}} \qquad (21)$$

Eks.:
=====

$$4\text{-kant} \Rightarrow \alpha = 45^\circ, \quad v_{if} \geq 15{,}4920\sqrt{r(1-\cos(45-\beta))}$$

$$5\text{-kant} \Rightarrow \alpha = 36^\circ, \quad v_{if} \geq 7{,}5848\sqrt{r(1-\cos(36-\beta))}$$

$$6\text{-kant} \Rightarrow \alpha = 30^\circ, \quad v_{if} \geq 5{,}8068\sqrt{r(1-\cos(30-\beta))}$$

$$8\text{-kant} \Rightarrow \alpha = 22{,}5^\circ \quad v_{if} \geq 4{,}6511\sqrt{r(1-\cos(22{,}5-\beta))}$$

Forutsettes det at tyngdepunktet akkurat når "toppen", vil hastigheten $v_{(i+1)f}$ kunne beregnes: -

Fra toppen senkes tyngdepunktet

$$h_2 = r\{1-\cos(\alpha-\beta)\} + s\cdot\sin\beta$$

$$h_2 = r\{1-\cos(\alpha+\beta)\} \qquad (22)$$

Dette medfører en økning av kinetisk energi lik

$$\Delta K.E. = \frac{1}{2} m v^2 \{8+\cos 2\alpha\}$$

$$= mgh_2$$

$$= mgr\{1-\cos(\alpha+\beta)\}$$

forutsatt at hastigheten på "toppen" akkurat er null.

Hastigheten før neste støt (i B) må da bli lik: -

$$v = \sqrt{\frac{2gr\{1-\cos(\alpha+\beta)\}}{[8+\cos 2\alpha]}} = v_{(i+1)f} \qquad (23)$$

NGI

Dette resultatet kan kobles sammen med grenseverdien for v_{if}, nemlig fordi bevegelsen bare kan holdes igang hvis

$$v_{(i+1)f} \geq v_{if}$$

Følgelig ($v_{(i+1)f}^2 \geq v_{if}^2$) må:

$$\frac{[1-\cos(\alpha+\beta)]}{[8+\cos 2\alpha\ ]} \geq \frac{[8+\cos 2\alpha][1-\cos(\alpha-\beta)]}{[2+7\cos 2\alpha]^2} \qquad (24)$$

Da alle parenteser her er ⩾ 0 kan dette omskrives til

$$\frac{[1-\cos(\alpha+\beta)]}{[1-\cos(\alpha-\beta)]} \geq \left\{\frac{8+\cos 2\alpha}{2+7\cos 2\alpha}\right\}^2 = K(\alpha)$$

---

hvor $K(\alpha)$ er innført som en forkortelse. Dette kan igjen omformes til formen

$$P\sin(\beta_0+\lambda) \geq \{K(\alpha)-1\} \qquad (25)$$

hvor $$P = \sqrt{[K(\alpha)+1]^2\sin^2\alpha + [K(\alpha)-1]^2\cos^2\alpha}$$

og $$\tan\lambda = \frac{[K(\alpha)-1]\cos\alpha}{[K(\alpha)+1]\sin\alpha} \qquad (26)$$

Tabellen til høyre viser minste-verdien for β for at bevegelse i det hele tatt skal være mulig.

4-kant : $\beta \geq 27,914°$

5-kant : $\beta \geq 12,329°$

6-kant : $\beta \geq 6,572°$

7-kant : $\beta \geq 3,941°$

8-kant : $\beta \geq 2,558°$

9-kant : $\beta \geq 1,758°$

10-kant : $\beta \geq 1,263°$

Generelt blir energibalansen slik

$$(K.E.)_{ie} + (P.E.)_{ie} = (K.E)_{(i+1)f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{v_{ie}}{r}\right)^2 + \frac{1}{2} m v_{ie}^2 + mgs \sin\beta = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{v_{(i+1)f}}{r}\right)^2 + \frac{1}{2} m v_{(i+1)f}^2 \qquad (27)$$

Nå er

$$I_0 = \frac{1}{6} m r^2 \{3 - 2\sin^2\alpha\}$$

slik at

$$\frac{1}{2}m\left\{\frac{1}{6}[3-2\sin^2\alpha]+1\right\}\left\{v_{(i+1)f}^{2}-v_{ie}^{2}\right\}$$

$$= mgs\sin\beta$$

Det interessante er å sammenligne $v_{(i+1)}f$ med v_{if}. Innfører derfor $v_{ie} = f(v_{if})$ i likningen ovenfor: -

$$\left\{\frac{1}{6}\left\{9-2\sin^2\alpha\right\}\right\}\left\{v_{(i+1)f}^{2}-v_{if}^{2}\left[\frac{2+7\cos2\alpha}{8+\cos2\alpha}\right]^2\right\}$$

$$= 4gr\sin\alpha\sin\beta \qquad (28)$$

Bevegelsen holder seg akkurat vedlike hvis

$$v_{(i+1)f} = v_{if} = v_K$$

$$\Rightarrow v_K^2 = \frac{24gr\sin\alpha\sin\beta}{\left\{9-2\sin^2\alpha\right\}\left\{1-\left\{\frac{[2+7\cos2\alpha]}{[8+\cos2\alpha]}\right\}^2\right\}}$$

$$v_K^2 = \frac{24gr\sin\alpha\sin\beta\,[8+\cos2\alpha]}{\left\{8+\cos2\alpha\right\}^2-\left\{2+7\cos2\alpha\right\}^2} \qquad (29)$$

For de enkelte verdier av $\alpha = \alpha(n)$ får vi følgelig at "Likevekts"-hastigheten vil være lik: -

$$\text{For } n=4 \Rightarrow \alpha = 45^\circ: - \quad v_k = 4{,}7114\sqrt{r \sin\beta}$$

$$\text{For } n=5 \Rightarrow \alpha = 36^\circ: - \quad v_k = 4{,}7157\sqrt{r \sin\beta}$$

$$\text{For } n=6 \Rightarrow \alpha = 30^\circ: - \quad v_k = 4{,}8810\sqrt{r \sin\beta}$$

$$\text{For } n=8 \Rightarrow \alpha = 22{,}5^\circ: - \quad v_k = 5{,}3397\sqrt{r \sin\beta}$$

Disse hastighetene er ikke gjennomsnittshastigheter for bevegelsen som helhet, men anslagshastigheten(e) for hvert støt. Vi har nemlig at

$$v_k = v_i = v_{i+1} = v_{i+2} = \text{osv.}$$

etter forutsetningene.

"Likevekts"-hastigheten for f.eks. en 4-kant er for 20° lik

$$v_k = 2{,}7553\sqrt{r}$$

For akkurat å få t.p. over "toppen" må imidlertid for $\beta = 20^\circ$ og $\alpha = 45^\circ$

$$v_{ie}^{2} = \frac{12gr\{1-\cos(\alpha-\beta)\}}{\{8+\cos 2\alpha\}}$$

$$\Rightarrow v_{if} = \sqrt{12gr}\sqrt{\frac{[8+\cos 2\alpha][1-\cos(\alpha-\beta)]}{[2+7\cos 2\alpha]^{2}}}$$

$$\Rightarrow v_{if} = 4{,}6967\sqrt{r}$$

Dette viser at for $\beta<\beta_o$ vil "likevekts"hastigheten ikke være stor nok til å bringe tyngdepunktet over "toppen" slik at bevegelsen kan opprettholdes. Det kan også lett vises at selv om mange-kanten settes igang med en tilstrekkelig stor hastighet med $\beta<\beta_o$, vil bevegelsen hurtig dø ut.

Eks.

====

4-kant => α = 45°, β = 45°, r = 1,5 m

$$\Rightarrow v_k = 4{,}7114\sqrt{1{,}5\cdot\tfrac{1}{2}\sqrt{2}}$$

$$v_k = 4{,}8522 \text{ m/s} \quad (v_{if} \geq 0)$$

6-kant => α = 30°, β = 45°, r = 1,5 m

$$\Rightarrow v_k = 4{,}8810\sqrt{1{,}5\cdot\tfrac{1}{2}\sqrt{2}}$$

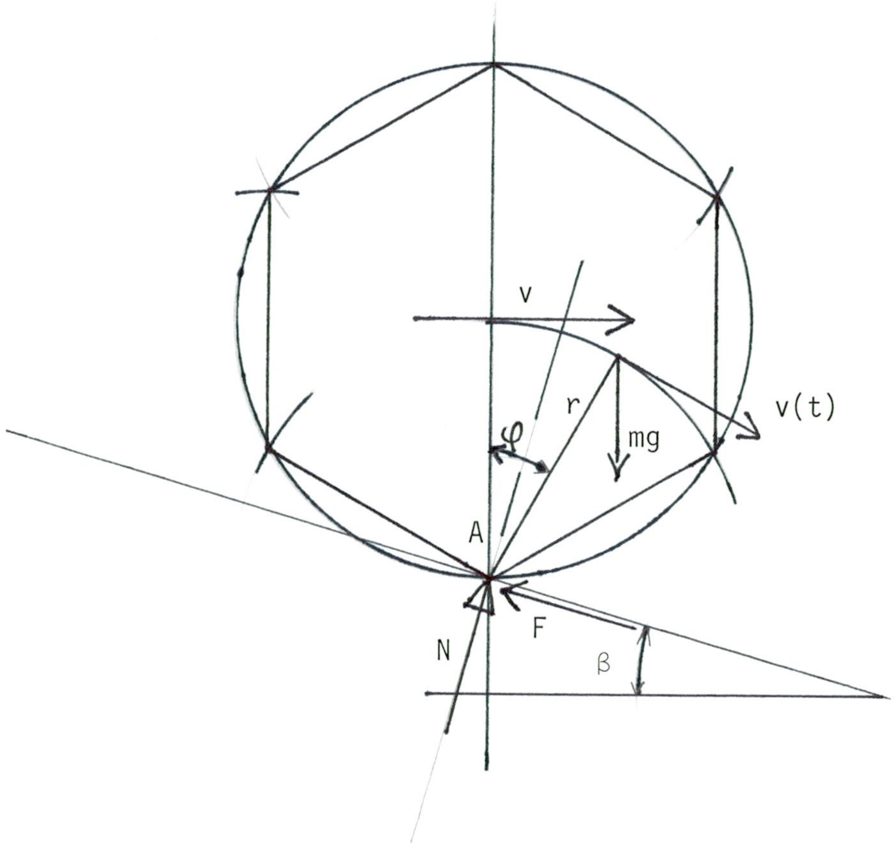
$$v_k = 5{,}0269 \text{ m/s} \quad (v_{if} \geq 0{,}5359 \text{ m/s})$$

Såfremt minimumsbetingelsen (21) er oppfyllt vil derfor blokken bevege seg med en vedlikeholdelseshastighet gitt av formelen (29).

Det må nå undersøkes hvor stor hastigheten på et gitt skråplan maksimalt kan være før kontakt med underlaget i dreiningspunktet opphører for hele eller deler av bevegelsen.

Mangekant på skråplan

Grensehastighet for kontakt i dreiepunktet.



Spinnsatsen om A gir

$$mgr\sin\varphi = I_0\ddot{\varphi} + m\dot{v}r$$

$$gr\sin\varphi = \frac{1}{6}\{r^2(3-2\sin^2\alpha)\}\frac{\dot{v}}{r} + \dot{v}r$$

$$g\sin\varphi = \frac{1}{6}(3-2\sin^2\alpha)\dot{v} + 1\cdot\dot{v}$$

eller

$$\left(\frac{g}{r}\right)\sin\varphi = \frac{1}{6}\{9-2\sin^2\alpha\}\ddot{\varphi} \qquad (30)$$

I radial-retningen har vi at

$$mg\cos\varphi + F\sin(\varphi-\beta) - N\cos(\varphi-\beta) = m\frac{v^2}{r} = m\dot{\varphi}^2 r \qquad (31)$$

Normalt på denne retningen har vi at

$$mg\sin\varphi - F\cos(\varphi-\beta) - N\sin(\varphi-\beta) = m\ddot{\varphi}r \qquad (32)$$

----

036. 04.87. 25000. BRA. 432

Antar tørr friksjon mot underlaget

$$F \leq \mu N$$

Eliminerer F fra de to siste ligningene ved hhv. å multiplisere med $\cos(\varphi-\beta)$ og $\sin(\varphi-\beta)$: -

$$\ddot{\varphi} r \sin(\varphi-\beta) + \dot{\varphi}^2 r \cos(\varphi-\beta)$$

$$= g\{\cos\varphi \cos(\varphi-\beta) + \sin\varphi \sin(\varphi-\beta)\}$$

$$-(N/m)\{\cos^2(\varphi-\beta) + \sin^2(\varphi-\beta)\}$$

$$= g\cos\beta - (N/m) \qquad (33)$$

Grensebetingelsen blir, når $(N/m) = 0$,

$$\ddot{\varphi} r \sin(\varphi-\beta) + \dot{\varphi}^2 r \cos(\varphi-\beta) = g\cos\beta$$

Fra spinnsatsen har vi at

$$\ddot{\varphi} r = \frac{6 g \sin\varphi}{\{9 - 2\sin^2\alpha\}}$$

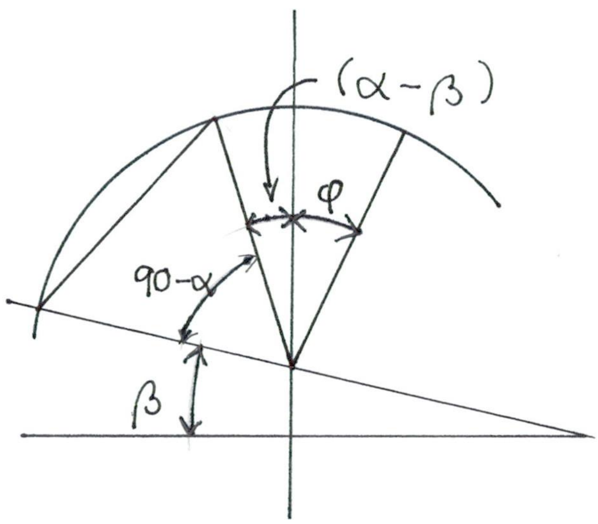
$$\Rightarrow \frac{6g\sin\varphi\sin(\varphi-\beta)}{\{9-2\sin^2\alpha\}} - \dot{\varphi}^2 r\cos(\varphi-\beta) = g\sin\beta$$

$$\Rightarrow \dot{\varphi}^2 r\cos(\varphi-\beta) = g\sin\beta\left\{\frac{6\sin\varphi\sin(\varphi-\beta)}{\sin\beta\{9-2\sin^2\alpha\}} - 1\right\} \qquad (34)$$

Fra energilikningen har vi at

$$\frac{1}{2} I_0 \frac{v_{ie}^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v_{ie}^2 + mgr\cos(\alpha-\beta)$$

$$= \frac{1}{2} I_0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m\dot{\varphi}^2 r^2 + mgr\cos\varphi$$



036.04.87.25000.BRA.432

Her er som før

$$I_o = \frac{1}{6} m r^2 \{3 - 2\sin^2\alpha\}$$

som innsatt i energilikningen gir

$$\frac{1}{6}\{3 - 2\sin^2\alpha\} v_{ie}^2 + v_{ie}^2 + 2gr\cos(\alpha-\beta)$$

$$= \frac{1}{6}\{3 - 2\sin^2\alpha\} \dot{\varphi}^2 r^2 + \dot{\varphi}^2 r^2 + 2gr\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}\{9 - 2\sin^2\alpha\} v_{ie}^2 + 2gr\{\cos(\alpha-\beta) - \cos\varphi\}$$

$$= \frac{1}{6}\{9 - 2\sin^2\alpha\} \dot{\varphi}^2 r^2$$

$$\Rightarrow \dot{\varphi}^2 r^2 = \frac{\{9 - 2\sin^2\alpha\} v_{ie}^2 + 12gr\{\cos(\alpha-\beta) - \cos\varphi\}}{\{9 - 2\sin^2\alpha\}} \qquad (35)$$

================================

Innsettes dette i den dynamiske likningen på side 29, fåes: -

$$\left\{\frac{\{9 - 2\sin^2\alpha\} v_{ie}^2 + 12gr\{\cos(\alpha-\beta) - \cos\varphi\}}{\{9 - 2\sin^2\alpha\}}\right\}\cos(\varphi-\beta)$$

$$= gr\sin\beta\left\{\frac{6\sin\varphi\sin(\varphi-\beta)}{\sin\beta\{9 - 2\sin^2\alpha\}} - 1\right\}$$

================================

Innfører forkortelsene: -

$$\{9 - 2\sin^2\alpha\} = A$$

$$(\alpha - \beta) = \psi$$

$$\Rightarrow A v_{ie}^2 \cos(\varphi - \beta) + 12gr\cos\psi\cos(\varphi - \beta)$$

$$- 12gr\cos\varphi\cos(\varphi - \beta) = 6gr\sin\varphi\sin(\varphi - \beta) - Agr\sin\beta$$

Innfører videre at

$$P = A v_{ie}^2 + 12gr\cos\psi$$

$$Q = 12gr$$

$$U = Agr\sin\beta$$

$$\Rightarrow P(\cos\varphi\cos\beta + \sin\varphi\sin\beta) - Q(\cos^2\varphi\cos\beta$$

$$+ \sin\varphi\cos\varphi\sin\beta)$$

$$= \frac{1}{2}Q(\sin^2\varphi\cos\beta - \sin\varphi\cos\varphi\sin\beta) - U \qquad (36)$$

$$P(\cos\varphi\cos\beta + \sin\varphi\sin\beta) = \frac{1}{2}Q\{\sin\varphi\cos\varphi\sin\beta$$

$$+ \sin^2\varphi\cos\beta + 2\cos^2\varphi\cos\beta\} - U$$

036. 04.87. 25000. BRA. 432

som kan skrives som

$$\cos\varphi \cos(\varphi-\beta) = \frac{Q\cos\beta - 2U}{2P - Q} \qquad (37)$$

Spesielt har man for β = 0: -

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{Q\cos\beta - 2U}{2P - Q}}$$

eller innsatt for P,Q og U: -

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{12gr\cos\beta - 2Agr\sin\beta}{2Av_{ie}^2 + 12gr\cos\psi - 12gr}}$$

Men for β = 0 er $\psi = \alpha$ slik at

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{12gr}{2\{9 - 2\sin^2\alpha\}v_{ie}^2 + 12gr\cos\alpha}}$$

eller, bedre

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{6gr}{\{7 + 2\cos^2\alpha\}v_{ie}^2 + 6gr\cos\alpha}} \qquad (38)$$

036. 04.87. 25000. BRA. 432

Innfører hjelpestørrelsen

$$\eta = \frac{v_{ie}^2}{2gr}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{\{7 + 2\cos^2\alpha\}\eta + 3\cos\alpha}}$$

Eks.
====

4-kant => $\alpha = 45^o$

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{\{7 + 2\cdot 0{,}5\}\eta + \frac{3}{2}\sqrt{2}}}$$

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{6}{16\eta + 3\sqrt{2}}} \leq 1$$

$$\Rightarrow \eta > 0{,}1098 = \frac{v_{ie}^2}{gr}$$

$$v_{ie} \geq 1{,}038\sqrt{r}$$

f.eks. r = 1,5 m => v_{ie} = 1,2713 m/s
==========

Minsteverdien for v_{ie} når β = 0 er gitt ved (side 18)

NGI

$$\frac{v_{ie}^2}{2gr} = \frac{1 - \cos\alpha}{8 + \cos 2\alpha} = 0{,}0366$$

som er liten nok til å sikre at terningen tipper over.

<u>$\beta = 30^o$</u>

Eks.

====

4-kant => $\alpha = 45^o$

$$\left(\frac{v_{ie}^2}{2gr}\right)_{min} = 0{,}0043$$

$$\cos\varphi \cos(\varphi-\beta) = \sqrt{\frac{6\cos\beta - \{9-2\sin^2\alpha\}\sin\beta}{2\{9-2\sin^2\alpha\}\eta + 6\cos(\alpha-\beta) - 6}}$$

$$\cos\varphi \cos(\varphi-\beta) = \sqrt{\frac{1{,}1962}{16\eta - 0{,}2045}}$$

$$16\eta = 0{,}2045 + \frac{1{,}1962}{\cos^2\varphi \cos^2(\varphi-\beta)}$$

$$\eta = 0{,}01278 + \frac{0{,}07476}{\cos^2\varphi \cos^2(\varphi-\beta)}$$

Vedlikeholdshastigheten for 4-kant på $\beta = 30^{\circ}$ er

$$\left(\frac{v_k^2}{2gr}\right)_v = 0{,}31427$$

$$\Rightarrow \cos\varphi \cos(\varphi - 30) = 0{,}06149$$

Generelt har vi at

$$\cos^2\varphi \cos^2(\varphi - \beta) = \frac{6\cos\beta - \{9 - 2\sin^2\alpha\}\sin\beta}{2\{9 - 2\sin^2\alpha\}\eta - 6\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}} \quad (39)$$

Likningens venstre side er alltid positiv, følgelig må enten

$$6\cos\beta \geq \{9 - 2\sin^2\alpha\}\sin\beta$$

og

$$2\{9 - 2\sin^2\alpha\}\eta > 6\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}$$

eller

$$6\cos\beta < \{9 - 2\sin^2\alpha\}\sin\beta$$

og

$$2\{9-2\sin^2\alpha\}\eta < 6\{1-\cos(\alpha-\beta)\}$$

1) Undersøker

$$6\cos\beta \geq \{9-2\sin^2\alpha\}\sin\beta$$

$$(\sin\beta \neq 0) \qquad \operatorname{cotg}\beta \geq \{\tfrac{3}{2} - \tfrac{1}{3}\sin^2\alpha\}$$

Eks.

4-kant => $\alpha = 45^\circ$ => $\beta \leqslant$ $36{,}8699^\circ$
========

5-kant => $\alpha = 36^\circ$ => $\beta \leqslant$ $35{,}8333^\circ$
========

6-kant => $\alpha = 30^\circ$ => $\beta \leqslant$ $35{,}2176^\circ$
========

8-kant => $\alpha = 22{,}5^\circ$ => $\beta \leqslant$ $34{,}5704^\circ$
========

Denne betingelsen henger sammen med betingelsen

$$2\{9-2\sin^2\alpha\}\eta > 6\{1-\cos(\alpha-\beta)\}$$

036. 04.87. 25000. BRA. 43

NGI

=> $$\eta > \frac{6\{1-\cos(\alpha-\beta)\}}{2\{9-2\sin^2\alpha\}} \qquad (40)$$

Eks.

4-kant => $\beta = 45^{\circ}$, $\beta \leqslant 36,8699^{\circ}$

$\eta > 0,006$

=====

5-kant => $\alpha = 36^{\circ}$, $\beta \leqslant 35,8333^{\circ}$

$\eta > 2,55 \times 10^{-7}$

===========

6-kant => $\alpha = 30^{\circ}$, $\beta \leqslant 35,2176^{\circ}$

$\eta > 0,0015$

======

8-kant => $\alpha = 22,5^{\circ}$, $\beta \leqslant$

$\eta > 0,076$

=====

2) Undersøker

$$6\cos\beta < \{9-2\sin^2\alpha\}\sin\beta$$

=> 4-kant => $\alpha = 45^{\circ}$ => $\beta > 36,8699^{\circ}$

========

Etc.

Det er innlysende at dette for den andre betingelsens vedkommende medfører at

4-kant => $\alpha = 45^o$, $\beta > 36{,}8699^o$

$\eta < 0{,}006$

=====

Etc.

Dette er imidlertid mindre interessant idet

$$\eta = \frac{v_{ie}^2}{2gr} < 0{,}006$$

innebærer at

$$\frac{v_{ie}^2}{r} < 0{,}12$$

som for f.eks. r = 1 m gir

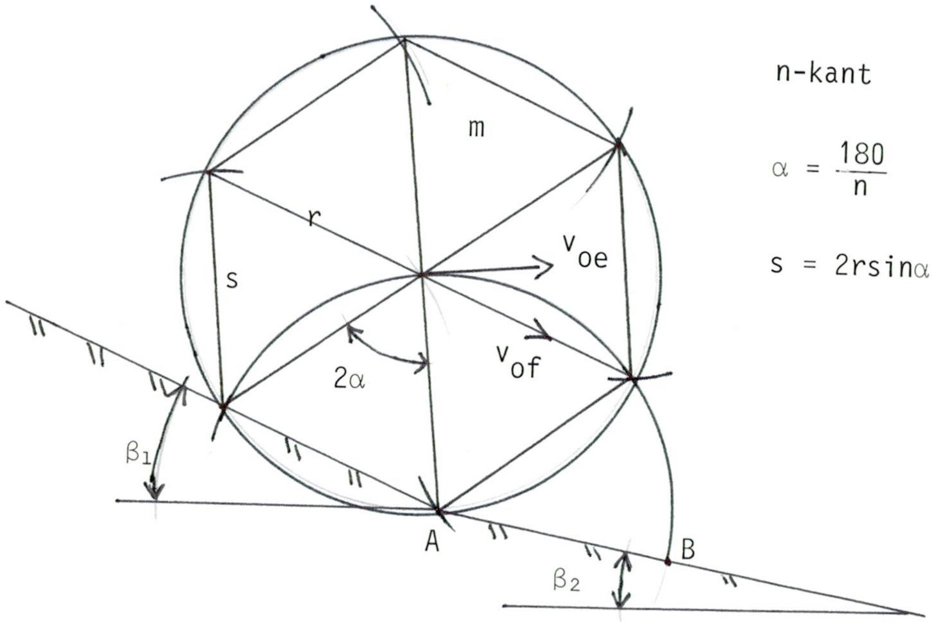
$$v_{ie} < 0{,}35 \ m/s$$

som må sies å være en lav verdi.

BSch/GKa/d828/88/B

036. 04.87. 25000. BRA. 43

Regulær mangekant mot knekk i terrenget



Antar at bevegelsen begynner ved at blokken glir nedover β_1-planet til den treffer brekkpunktet A. Her vipper den opp om A og "ruller" deretter videre nedover β_2-planet.

Spinn om A: -

$$S_{Af} = m v_{of} r \sin\alpha \tag{41}$$

$$S_{Ae} = (mr^2 + I_0)\frac{v_{oe}}{r}$$

$$I_0 = \frac{1}{6} mr^2 \{2 + \cos 2\alpha\}$$

$$S_{Ae} = \frac{1}{6} mr \{8 + \cos 2\alpha\} v_{oe} \tag{42}$$

Da alle støtkrefter går gjennom A er det bare tyngden som kan gi et bidrag til endring av spinnet. Støtteorien forutsetter imidlertid at støtet foregår i et uendelig lite tidsrom slik at en endelig kraft som tyngden, ikke "rekker" å gi noe bidrag.

$$\Rightarrow S_{Af} = S_{Ae}$$

$$\Rightarrow v_{oe} = \frac{6 \sin\alpha}{\{8 + \cos 2\alpha\}} v_{of} \qquad (43)$$

For at blokken skal kunne vippe over "toppen" må v_{oe} - og dermed v_{of} - ha en verdi større enn minimum den som er gitt av energilikningen: -

$$\frac{1}{2} m v_{oe}^2 + \frac{1}{2} I_o \left(\frac{v_{oe}}{r}\right)^2 = mgr\{1 - \cos(\alpha - \beta_1)\}$$

$$\Rightarrow (v_{oe}^2)_{min} = \frac{12 gr \{1 - \cos(\alpha - \beta_1)\}}{\{8 + \cos 2\alpha\}} \qquad (44a)$$

$$\Rightarrow (v_{of}^2)_{min} = (v_{oe}^2)_{min} \frac{\{8 + \cos 2\alpha\}^2}{36 \sin^2\alpha} \qquad (44b)$$

$$\Rightarrow (v_{of}^2)_{min} = \left\{\frac{\sqrt{12gr}}{6 \sin\alpha}\right\}^2 \{8 + \cos 2\alpha\}\{1 - \cos(\alpha - \beta_1)\} \qquad (44c)$$

Eks. $\beta_1 = 30^o$

4-kant => $\alpha = 45^o$, $(v_{of})_{min} = 0{,}986 \sqrt{r}$ m/s
=====

5-kant => $\alpha = 36^o$, $(v_{of})_{min} = 1{,}2907 \sqrt{r}$ m/s
======

6-kant => $\alpha = 30^o$, $(v_{of})_{min} = 0$ m/s NB!
=====

8-kant => $\alpha = 22{,}5^o$, $(v_{of})_{min} = 1{,}290 \sqrt{r}$ m/s
=====

Betingelsen for at blokken skal fortsette nedover β_2-planet vil være avhengig av hvor stor hastigheten er idet blokken støter mot B.

Vi vet fra tidligere at hastigheten i B minst må være lik

$$v_{Bf} \geq \sqrt{12gr}\sqrt{\frac{[8+\cos 2\alpha][1-\cos(\alpha-\beta_2)]}{[2+7\cos 2\alpha]^2}} \qquad (45)$$

For hastighet umiddelbart før støtet i B gir energilikningen at: -

$$\frac{1}{12} m v_{oe}^2 \{8+\cos 2\alpha\} = \frac{1}{12} m v_{Bf}^2 \{8+\cos 2\alpha\}$$

$$- mgr\{\cos(\alpha-\beta_1) - \cos(\alpha+\beta_2)\}$$

$$\Rightarrow v_{Bf}^2 = v_{oe}^2 + \frac{12gr\{\cos(\alpha-\beta_1) - \cos(\alpha+\beta_2)\}}{\{8+\cos 2\alpha\}}$$

$$\Rightarrow v_{Bf}^2 = \left[\frac{6\sin\alpha}{\{8+\cos 2\alpha\}}\right]^2 v_{of}^2 + \frac{12gr\{\cos(\alpha-\beta_1) - \cos(\alpha+\beta_2)\}}{\{8+\cos 2\alpha\}} \qquad (46)$$

=======================================

Eks.

5-kant => $\alpha = 36^\circ$, $\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 20^\circ$, $r = 1$ m

Antar at blokken glir 5 m nedover β_1-planet før den kommer til A. Friksjonskoeffisienten antas lik 0,45

$$\Rightarrow v_{of}^2 = 2g\{H - \mu L\} = 2g \cdot 5\cos 30^\circ\{tg 30^\circ - \mu\}$$

$$v_{of} = 3{,}289 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_{oe} = \frac{6\sin 36^\circ}{\{8+\cos 2\alpha\}} v_{of}$$

$$v_{oe} = 1{,}396 \text{ m/s}$$

Kontrollerer om denne verdien er stor nok: -

$$v_{oe}^2 \geq \frac{12gr\{1-\cos(\alpha-\beta_1)\}}{\{8+\cos 2\alpha\}}$$

$$\Rightarrow v_{oe} \geq 0{,}2786 \text{ m/s}$$

hvilket er oppfyllt! Bevegelsen vil derfor fortsette.

Hastigheten umiddelbart før støtet i B vil være lik

$$v_{Bf}^2 = 1{,}9488 + 6{,}1676$$

$$= \underline{8{,}116 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

=> $v_{Bf} = 2{,}849$ m/s
=====

For at bevegelsen skal fortsette etter støtet i B må v_{Bf} oppfylle

$v_{Bf} \geqslant 1{,}479$ m/s
=========

Dette er oppfyllt og bevegelsen vil følgelig fortsette.
Under de gitte betingelser vil blokken etterhvert bevege seg med "vedlikeholdelses"-hastigheten.

$$v_k = 4{,}7157 \sqrt{r \sin\beta_2}$$

$v_k = 3{,}33450$ m/s
=======

BSch/GKa/d828/88/B

036. 04.87. 25000. BRA. 43

umiddelbart før hvert nytt støt.

Undersøker om denne hastigheten er for stor for betingelsen om kontakt hele tiden: -

Froude-tallet som bestemmer dette

$$\eta = \frac{v_{ie}^2}{2gr}$$

er allerede beregnet for det aktuelle tilfellet og er lik

$$\eta = \frac{v_{ie}^2}{2gr} = 0,19288$$

=> $v_{ie} \leq \underline{1,945}$ m/s

Fra tidligere har vi betingelsen

$$v_{ie} = v_{if} \left\{ \frac{2 + 7\cos 2\alpha}{8 + \cos 2\alpha} \right\}$$

=> v_{ie} = 1,095 m/s
=====

Betingelsen for kontinuerlig kontakt i vippepunktene (støtpunktene) er følgelig oppfyllt, og bevegelsen vil derfor fortsette slik den er antatt!